Contrôle 4 - SQ20

Nom : .... Prénom : ....

L'utilisation de la calculatrice est interdite.

Vous indiquerez pour chacune des dix affirmations suivantes si elle est Vraie ou Fausse, sans justification. Chaque réponse juste rapporte 1 point, chaque réponse fausse enlève 1 point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à zéro.

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \begin{cases} \dfrac{2}{t^3} & \text{si } t \geqslant 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ est une densité de probabilité.

2. Si f est une fonction densité de probabilité, alors $\lim\limits_{t \longrightarrow -\infty} f(t) = 0$.

3. Si F est la fonction de répartition d'une variable aléatoire continue, alors $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} F(t)\,\mathrm{d}t = 1$.

4. Si X est une variable aléatoire à densité, alors sa fonction de répartition F est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$.

5. Si X est une variable aléatoire continue qui suit la loi exponentielle de paramètre λ , alors pour tout réel positif x, $\quad P(X \leqslant x) = \displaystyle\int_0^x \lambda \mathrm{e}^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t$.

6. Soit U une variable aléatoire à densité qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[a\,,\,b]$ avec $a < b$. Alors U admet une variance égale à : $\mathrm{V}(U) = \dfrac{(b-a)^2}{12}$

7. Soit X une variable aléatoire continue suivant la loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$ avec $\sigma > 0$. Alors la variable aléatoire $T = \dfrac{X - m}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite.

8. La densité de probabilité de la loi normale centrée réduite est une fonction décroissante sur $\mathbb{R}$.

9. Soit X une variable aléatoire continue suivant la loi normale $\mathcal{N}(5, \sigma = 2)$. Alors $P\left([X \geqslant 7]\right) \approx 0,1587$ à 10^{-4} près.

10. Si X suit la loi normale $\mathcal{N}(m\,,\,\sigma)$ alors $\quad \mathbb{P}\big([-2\sigma \leqslant X \leqslant 2\,\sigma]\big) \approx 95\%$.

Si la variable aléatoire T suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0\,;\,1)$ alors T admet pour fonction de répartition la fonction Φ définie par :

$$\Phi(x) = P(T \leqslant x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\,\mathrm{d}t \quad \text{et} \quad \Phi(-x) = 1 - \Phi(x).$$

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000